

**FUNKTIONENTHEORIE 2021**  
**ÜBUNGSBLATT 5**

- **Deadline:** Donnerstag 03.06.2021 23:59
- Jede Übung ist 4 Punkte wert. Insgesamt gibt es 16 Punkte.

1. **Übung** (3.3.16 im Skript). Sei  $\gamma$  ein stetiger geschlossener Weg in  $\mathbb{C}$  und  $U \subset \mathbb{C}$  das Komplement seines Bildes. Man zeige, daß die Funktion  $u_\gamma: U \rightarrow \mathbb{C}$  gegeben durch

$$u_\gamma(w) = \int_\gamma \frac{dz}{z - w}$$

lokal konstant ist, als da heißt holomorph mit Ableitung Null.

2. **Übung.** Berechnen Sie

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1} \frac{1}{\zeta + 2} d\zeta, \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_2} \frac{1}{\zeta + 1} d\zeta,$$

wobei  $\gamma_r$  ein Weg ist die Gegenuhrzeigersinn ein Kreis parametrisiert mit Radius  $r$  und Zentrum  $(0, 0)$ .

3. **Übung.** Berechnen Sie

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_4} \frac{1}{(\zeta - 1)(\zeta - 2i)} d\zeta,$$

wobei  $\gamma_4$  ein Weg ist die Gegenuhrzeigersinn ein Kreis parametrisiert mit Radius 4 und Zentrum  $(0, 0)$ .

4. **Übung** (3.1.20 im Skript). Man zeige: Gegeben  $U, V \subset \mathbb{C}$  offen,  $\gamma: [a, b] \rightarrow U$  ein Integrationsweg,  $\phi: U \rightarrow V$  holomorph und  $f: V \rightarrow \mathbb{C}$  stetig gilt

$$\int_\gamma f(\phi(w))\phi'(w) dw = \int_{\phi \circ \gamma} f(z) dz.$$