

FUNKTIONENTHEORIE 2021
ÜBUNGSBLATT 3

- **Deadline:** Donnerstag 13.05.2021 23:59
- Jede Übung ist 4 Punkte wert. Insgesamt gibt es 16 Punkte.

1. **Übung** (2.2.16 im Skript). Man zeige, daß für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$ der Hauptzweig des Logarithmus von $1 + z$ auch dargestellt werden kann durch die Potenzreihe

$$\log(1 + z) = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \dots$$

(Hinweis im Skript.)

2. **Übung** (2.2.17 im Skript). Sei $U \subset \mathbb{C}$ eine offene Teilmenge. Man zeige, daß eine Funktion $f: U \rightarrow \mathbb{C}$ antiholomorph ist genau dann, wenn $f \circ c: c(U) \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph ist. Insbesondere ist die Verknüpfung antiholomorpher Funktionen stets holomorph.

3. **Übung** (2.2.18 im Skript). Eine holomorphe Funktion mit zusammenhängendem Definitionsbereich, die nur reelle Werte annimmt, ist konstant.

4. **Übung** (2.2.18 im Skript). Seien $U \subset \mathbb{C}$ offen und $f: U \times [a, b] \rightarrow \mathbb{C}, (z, t) \rightarrow f(z, t)$ stetig. Ist f für alle t holomorph in z und $\frac{\partial f}{\partial z}: U \times [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ stetig, so ist auch die Abbildung $F: z \rightarrow \int_a^b f(z, t) dt$ holomorph und es gilt

$$\frac{\partial F}{\partial z}(w) = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial z}(w, t) dt.$$

(Hinweis im Skript.)